

Documents non autorisés

Calculatrice scientifique autorisée

Exercice 1 (8 points)

Ecrire un programme en langage C qui calcule la valeur approchée à 10^{-3} près, par la méthode de Simpson de :

$$\int_0^1 \ln(1+x) dx$$

Exercice 2 (12 points)

On considère la fonction f définie par $f(x) = (x+1)e^{-2x} - 1$.

1. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution a dans

$$\left[-1; \frac{-3}{4}\right]$$

2. On pose $g(x) = e^{2x} - 1$. On considère la suite définie par $u_0 = -1$ et

$$u_{n+1} = g(u_n)$$

- a. Montrer $g(a) = a$.

- b. Montrer que $|g'(x)| < \frac{9}{10}$ pour tout x dans $\left[-1; \frac{-3}{4}\right]$

- c. Montrer que $|g(x) - a| < \frac{9}{10} |x - a|$ pour tout x dans

$$\left[-1; \frac{-3}{4}\right]$$

- d. Montrer que $|u_n - a| < \frac{1}{4} \left(\frac{9}{10}\right)^n$ pour tout n

- e. Donner la valeur approchée à 0,01 près de a .

$$u_{n+1} = g(u_n)$$