

EXAMEN RATTRAPAGE GÉOMÉTRIE DES SURFACES

02 Novembre 2022

Durée : 3h.

Tous les exercices sont indépendants et obligatoires. Documents et appareils électroniques sont non autorisés. La qualité de l'argumentation et de la rédaction seront prises en compte.

Conseil du jour : "L'homme est destiné à vivre pour étudier éternellement et apprendre pour mieux vivre librement."

Exercice 1 (10 points)

Considérons la 1-forme différentielle définie sur \mathbb{R}^2 par :

$$\omega = (x + yx^2)dy - ydx.$$

1. Montrer que ω n'est pas exacte.
2. Déterminer une fonction non nulle μ telle que $\omega_1(x, y) = \mu \cdot \omega(x, y)$ soit exacte.
3. Trouver une primitive F de ω_1 .

Exercice 2 (10 points)

On définit S la surface d'équation

$$z = x^2 + y^2, \quad z \leq 1$$

Considérons le champ de vecteurs de composantes $(xz, \frac{z^2}{2}, z)$.
On oriente S par les normales qui font un angle aigu avec Oz .

1. Faire une figure représentant S et D .
2. Calculer $p(x, y)$, $q(x, y)$, $\tilde{V}_1(x, y)$, $\tilde{V}_2(x, y)$, $\tilde{V}_3(x, y)$.
3. Que vaut ϵ ?
4. En déduire le flux du champ de vecteurs à travers S .

Indication : $\tilde{V}_i(x, y) = V_i(x, y, \phi(x, y))$ avec $z = \phi(x, y)$; $(x, y) \in D$.