

Exercice 1

Un cycle de Carnot d'un gaz comporte 2 états extrêmes caractérisés par les transformations suivantes :

- isothermes (de températures T_A et T_C) : AB et CD
- adiabatiques BC et DA par les conditions suivantes :
 $A : P_A = 0,74 \cdot 10^5 \text{ Pa} ; T_A = 293 \text{ K}$
 $C : P_C = 7,55 \cdot 10^5 \text{ Pa} ; T_C = 521 \text{ K et } V_C = 1,32 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$

1. Notons que pour une transformation adiabatique, la relation entre les variables d'état T et V s'écrit,
 $T \cdot V^{\gamma-1} = \text{Cte}$. Caractériser les points B et D du cycle.

A

2. Représenter les points A, B, C et D dans le diagramme de Clapeyron

3. Montrer que $\frac{V_A}{V_D} = \frac{V_B}{V_C}$

4. Calculer le travail W et la quantité de chaleur Q dans chaque transformation de ce cycle et du cycle entier.

5. Vérifier la relation de Clausius : $\frac{Q_{AB}}{T_A} + \frac{Q_{CD}}{T_C} = 0$

6. Calculer le rendement thermodynamique du cycle de 2 manières :

- a. En faisant le bilan thermique du cycle (en fonction des quantités de chaleur Q_{AB} et Q_{CD})
- b. A partir des températures extrêmes du cycle (en fonction des températures T_A et T_C)

On donne $\gamma = \frac{7}{5}$ et $R = 8,32 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Exercice 2

On considère un gaz dans une enceinte à la température T . Les vitesses des molécules de masse m sont statistiquement distribuées suivant la loi de Maxwell : $dN = N \cdot f(V_x) \cdot f(V_y) \cdot f(V_z) \cdot dV_x \cdot dV_y \cdot dV_z$ où N est le nombre de molécules par unité de volume, et dN le nombre de molécules dont la vitesse \vec{V} a ses composantes comprises entre V_x et $V_x + dV_x$, V_y et $V_y + dV_y$, V_z et $V_z + dV_z$ (où le domaine maximum de variation de V_x , V_y et V_z s'étend de $-\infty$ à $+\infty$) respectivement suivant les directions Ox , Oy et Oz .

$$f(V_x) \cdot dV_x = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp\left(-\frac{mV_x^2}{2kT}\right) \cdot dV_x$$

Où k la constante de Boltzmann, T la température du gaz et m la masse d'une molécule

$f(V_x) \cdot dV_x$ représente la probabilité pour que la composante V_x de la vitesse d'une molécule soit comprise entre V_x et $V_x + dV_x$

$f(V_y) \cdot dV_y$ et $f(V_z) \cdot dV_z$ s'expriment de manière analogue, et

$\frac{dN}{N}$ est la probabilité pour qu'une molécule ait son vecteur vitesse compris entre \vec{V} et $\vec{V} + d\vec{V}$

1. Soit $V = \|\vec{V}\|$, la norme du vecteur vitesse d'une molécule. Etablir l'expression de la probabilité $f(V) \cdot dV$ pour qu'une molécule ait la norme de son vecteur vitesse compris entre V et $V + dV$. Pour une telle molécule, l'extrémité de son vecteur vitesse \vec{V} se trouve à l'intérieur du volume infiniment petit compris entre les deux sphères de rayons V et $V + dV$
2. Quelle est la vitesse la plus probable V_0 des molécules en fonction de m et T ? En déduire la loi de distribution des vitesses $f(V) \cdot dV$, en introduisant V_0 .
3. Quelle est la vitesse moyenne V_m d'une molécule, en fonction de V_0 , puis de m et T ?
4. Déterminer la vitesse quadratique moyenne u des molécules, définie par $u^2 = \frac{1}{N} \int V^2 \cdot dN$, en fonction de V_0 , puis de m et T .

On admettra les résultats de l'intégrale générale $I_b = \int_0^\infty x^b \cdot e^{-ax^2} \cdot dx$

b	1	2	3	4
I_b	$\frac{1}{2a}$	$\frac{1}{4 \cdot a} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{a}}$	$\frac{1}{2 \cdot a^2}$	$\frac{3}{8 \cdot a^2} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$