Université d'Antananarivo	**Examen Session normale**	**Année universitaire 2021-2022**
Domaine Sciences et Technologies	**Thermodynamique**	**Octobre 2022**
Parcours Mathématiques S4	**Physique et Statistique**	**Durée 3h Sans documents**

Exercice 1

La différentielle de la pression de l'azote entre 0 et 40 atm est donnée par l'équation relative à une mole suivante :

$dp = -\frac{R.T}{V^2}.\left(1+\frac{2A}{V}\right).dv + \frac{R}{V}.\left(1+\frac{A}{V}\right).dT$. En déduire l'équation d'état du gaz dans cet intervalle de pression considérée, en tenant compte que le gaz se comporte comme un gaz aux faibles pressions.

Exercice 2

On considère un gaz dans une enceinte à la température T. Les vitesses des molécules de masse m sont statistiquement distribuées suivant la loi de Maxwell : $dN = N.f(V_x).f(V_y).f(V_z).dV_x.dV_y.dV_z$ où N est le nombre de molécules par unité de volume, et dN le nombre de molécules, par unité de volume dont la vitesse $\vec{V}$ a ses composantes comprises entre $V_x + dV_x$, $V_y + dV_y$, $V_z + dV_z$, (où le domaine maximum de variation de V_x, V_y, et V_z s'étend de $-\infty$ à $+\infty$; et

$$f(V_x).dV_x = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}}\exp\left(-\frac{mV_x^2}{2kT}\right).dV_x$$

$f(V_x).dV_x$ représente la probabilité pour que la composante V_x de la vitesse d'une molécule soit comprise entre V_x et $V_x + dV_x$

$f(V_y).dV_y$ et $f(V_z).dV_z$ s'expriment de manière analogue, et $\frac{dN}{N}$ est la probabilité pour qu'une molécule ait son vecteur vitesse compris entre $\vec{V}$ et $\vec{V} + \vec{dV}$, k la constante de Boltzmann et T la température du gaz.

1. Soit $V = \|\vec{V}\|$, la norme du vecteur vitesse d'une molécule. Etablir l'expression de la probabilité f(V).dV pour qu'une molécule ait la norme de son vecteur vitesse compris entre V et V + dV. Pour une telle molécule, l'extrémité de son vecteur vitesse $\vec{V}$ se trouve à l'intérieur du volume infiniment petit compris entre les deux sphères de rayons V et V + dV.
2. Quelle est la vitesse la plus probable V_0 des molécules en fonction de m et T ? En déduire la loi de distribution des vitesses f(V).dV, en introduisant V_0.
3. Quelle est la vitesse moyenne $< V >$ d'une molécule, en fonction de V_0, puis de m et T.
4. Calculer la vitesse quadratique moyenne u des molécules, définie par $u^2 = \frac{1}{N}\int V^2.dN$ en fonction de V_0 puis de m et T.
5. Applications numériques
   Le gaz considéré est de l'argon de masse atomique A = 40 à la température T = 320 K
   Calculer V_0, $< V >$ et u.
   On donne $k = 1{,}38.10^{-23}$ $J.K^{-1}$ et $NA = 6{,}023.10^{23}$ (Nombre d'Avogadro)

On admettra les résultats de l'intégrale générale $In = \int_0^\infty x^n.e^{-a.x^2}.dx$

n	0	1	2	3	4
In	$\frac{1}{2}.\sqrt{\frac{\pi}{a}}$	$\frac{1}{2a}$	$\frac{1}{4.a}.\sqrt{\frac{\pi}{a}}$	$\frac{1}{2.a^2}$	$\frac{3}{8.a^2}\sqrt{\frac{\pi}{a}}$